r : نصـــف قطـــر القصور الذاتي ويساوي إلى الجذر التربيعي لحاصل قسمة عزم القصور الذاتي على كتلة الجسم أو مساحته على التوالي

إذا كان المراد إيجاد عزم القصور الذاتي لجسم ما حول محور يمر من مركز الثقل أو السطح فيدعى هذا المحور بمحور الخمول.

- الجدول رقم (3) يعطي قيم عزم العطالة (I) للقطاعات الهامة والشهيرة.

- يمر المحور المستخدم في تصميم الجوائز من مركز الثقل ويكون وضعه أفقياً دائماً عـــندما تكون القوى المؤثرة عمودية. يقدر عزم العطالة بـــ (cm^4) لأنه عبارة عن جداء مساحة (cm^2) في مربع المسافة (cm^2).

٧- الجوائز Beams :

الجائز هو عبارة عن قضيب أفقي غالباً ويرتكز على دعامتين أو أكثر، أو يثبت من نقطة واحدة أو أكثر، ومن أنواع الجوائز :

١-الجائز البسيط Simple beam

٢-الجائز الكابول Cantilever beam

٣-الجائز المتدلي overhung beam

٤- الجائز المقيد الحركة Restrained beam

يكـــون الجائز متوازناً عندما يكون مجموع عزوم القوى الخارجية مساوياً للصـــفر والقوى الخارجية تشمل كل من الأحمال المؤثرة وردود الأفعال عند نقاط الاستناد.

قـــوة القـــص (shearing. F) عند أي مقطع من جائز محمل تساوي إلى المجموع الجبري للمركبات العمودية لجميع القوى المؤثرة في جهة من جهتي المقطع ويرمز لها بـــ (S.F)، أما المخطط البياني الممثل لها فيرمز له بـــ (S.F.D).

يمكن أن تكون الأحمال الخارجية المؤثرة على نوعين:

١- الأحمال المركزة Concentrated load :

هي الأحمال التي تؤثر عند نقاط محددة على طول الجائز.

٢- الأحمال الموزعة Distributed load :

وهـــي الأحمال الموزعة بطريقة ما على طول الجائز ويعبر عنه بمعدل التحميل كغ/م طول، ويقال له بالإنكليزية kg/m run، ويمكن أن يكون الحمل الموزع منتظماً أو متغيراً من نقطة إلى أخرى على طول الجائز.

٨- معامل تكبير العزم Torque multiplication factor :

عـــند دراسة علم الحركات والميكانيك حصلنا على عدة قواعد وعلاقات لابد من إعادة ذكرها لأهميتها في التصميم:

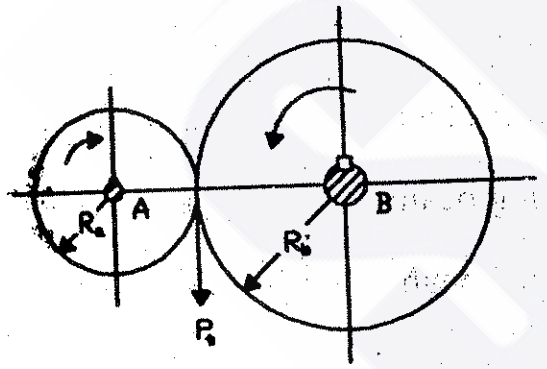
١-عندما يتصل عمودان بزوج من المسننات أو الطارات كما بالشكل(2-2) فإن :

$$\frac{N_a}{N_b} = \frac{R_b}{R_a} \qquad (10\text{-}2)$$

حيث : R_b, R_a: هما أنصاف أقطار المسننات أو الطارات (A) و (B)

N_a و N_b: هما عدد دورات الأعمدة (A)و (B) وبفرض أن :

t_a ، t_b : هما عدد أسنان المسننات (A) و (B) فيمكن أن نكتب :



الشكل (2-2)

$$\frac{N_a}{N_b} = \frac{t_b}{t_a} \qquad (11\text{-}2)$$

٢-بمـــا أن أســـنان المســـنن القائد (A) تضغط على أسنان المسنن المنقاد (B) إلى الأسفل فإن ضغط السن للمسنن (B) يساوي ضغط السن للمسنن (A) أي :

$$P_t = P_{ta} = P_{tb}$$

وبفرض أن (M_{ta}) و (M_{tb}) هما العزوم الدورانية لكل من المسننات (A)و(B) فإن :

$$Pt = \frac{M_t}{R} \qquad (12\text{-}2)$$

$$P_{ta} = \frac{M_{ta}}{R_a}$$

$$P_{tb} = \frac{M_{tb}}{R_b}$$

من العلاقة هذه نرى أن :

$$\frac{M_{tb}}{M_{ta}} = \frac{R_b}{R_a} \qquad (13\text{-}2)$$

وبمقارنة المعادلتين (2-10) و (2-13) نجد أن :

$$\frac{M_{tb}}{M_{ta}} = \frac{N_a}{N_b} \qquad (14\text{-}2)$$

أي أن عـــزوم زوج مـــن الأعمـــدة المتصلة بواسطة مسننات أو طارات تتناسب عكسياً مع دوران الأعمدة.

تدعى النسبة $\frac{M_{tb}}{M_{ta}}$ بمعامل تكبير العزم Torque multiplication factor ويساوي النسبة $\frac{N_a}{N_b}$ والتي تدعى بمعامل تخفيض السرعة Speed reduction factor لمجموعة من المسننات أو الطارات.

مثال محلول رقم (2-3):

يـــنقل العمود (I) المبين بالشكل استطاعة قدرها (25) حصاناً عند (1200 rpm)، فـــإذا كان عدد أسنان المسننات (A) و (B) و (C) و (D) هي (100) (16) (96) (20) على التوالي، والمطلوب إيجاد:

١-السرعة الزاوية أو نسبة عدد الدورات بين العمود (I) والعمود (II). N_I / N_{II}.

٢-السرعة الزاوية أو نسبة عدد الدورات بين العمود (II) والعمود(III). N_{II} / N_{III}.

٣-معامل خفض السرعة N_I/N_{III} لكل مجموعة المسننات.

٤-العزم على العمود (I). M_I .

٥-عدد الدورات والعزم على العمود (II). N_{II} , M_{II}.

٦-عدد الدورات والعزم على العمود (III). N_{III} , M_{III}.

٧- معامل تكبير العزم لمجموعة المسننات، اختبر صحة الجواب في الفقرة(6) باستعمال معامل العزم الناتج.

٨- إذا وضعت أسطوانة قطرها (50cm) بالتوالي على العمود (I) (II) (III)، فما هو الحمل الممكن رفعه بواسطة الحبل الموضوع حول الأسطوانة؟

الحل:

١-

$t_a = 20$

$t_b = 100$ $\qquad N_I = N_a = 1200$ rpm

$$\frac{N_a}{N_b} = \frac{N_I}{N_{II}} = \frac{t_b}{t_a} = \frac{100}{20} = 5$$

٢-

$t_a = 16$, $t_d = 96$

$$\frac{N_c}{N_d} = \frac{N_{II}}{N_{III}} = \frac{t_d}{t_c} = \frac{96}{16} = 6$$

٣-

$$\frac{N_a}{N_d} = \frac{N_I}{N_{III}} \quad , \quad \frac{N_a}{N_b} = 5 \qquad \frac{N_c}{N_d} = 6$$

وحيث إن : $N_c = N_b$ لأن المسننتين C,B متصلتان على نفس العمود فيكون:

$$\frac{N_a}{N_b} \cdot \frac{N_c}{N_d} = \frac{N_a}{N_d} = 5 \times 6 = 30$$

٤-

$$HP = 25\ hp, \qquad N_I = 1200\ rpm$$

$$M_I = \frac{71620 \times HP}{N} = \frac{71620 \times 25}{1200} = 1492 \quad kg.cm$$

٥-

$$\frac{N_b}{N_a} = \frac{t_a}{t_b}, \qquad N_b = \frac{20 \times 1200}{100} = 240 rpm$$

$$M_I = 1492\ kg.cm, \qquad \frac{N_I}{N_{II}} = \frac{N_a}{N_b} = 5$$

$$\frac{M_{II}}{M_I} = \frac{N_I}{N_{II}} \qquad M_{II} = 1492 \times 5 = 7460 \quad kg.cm$$

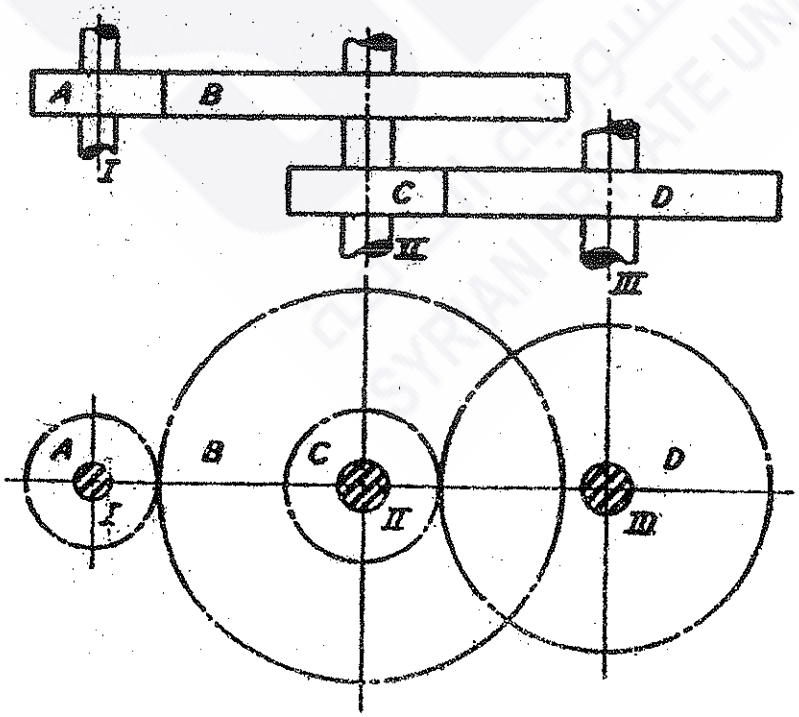
أو :

$$M_{II} = \frac{71620 \times 25}{240} = 7460 \quad kg.cm$$

٦-

$$N_{II} = N_C = N_b = 240 rpm, \quad N_d = 240\frac{16}{96} = 40$$

$$\frac{M_{III}}{M_{II}} = \frac{N_{II}}{N_{III}} = \frac{N_c}{N_d}, \qquad M_{III} = \frac{240}{40}.7460 = 44760$$



-٧

$$\frac{M_{III}}{M_I} = \frac{44760}{1492} = 30$$

للاختبار :

$$\frac{M_{III}}{1492} = \frac{30}{1}, \quad M_{III} = 30 \times 1492 = 44760 \text{ kg.cm}$$

٨-من أجل العمود الأول، الحمل الممكن رفعه:

$$P_t = \frac{M_I}{R} = \frac{1492}{25} = 59.68 \text{ kg}$$

من أجل العمود الثاني ولنفس الأسطوانة، الحمل الممكن رفعه:

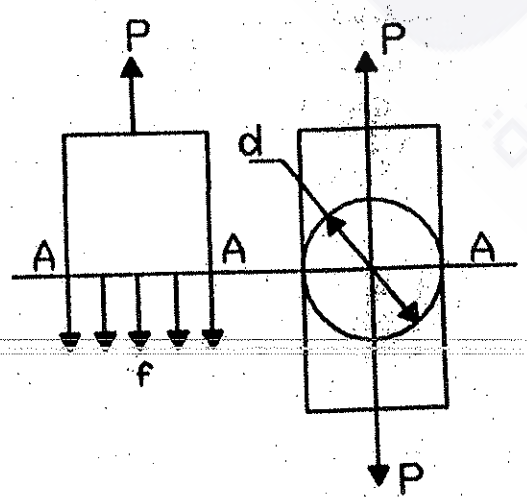
$$P_t = \frac{M_{II}}{R} = \frac{7460}{25} = 298.4 \text{ kg}$$

من أجل العمود الثالث ولنفس الاسطوانة، الحمل الممكن رفعه:

$$P_t = \frac{M_{III}}{R} = \frac{44760}{25} = 1790 \text{ kg}$$

٩- الشد وإجهاد الشد Tension, tensile stress :

عندما يؤثر حمل (P) على قضيب كما بالشكل (2-3) فإنه يؤدي إلى استطالته تحت تأثير الشد. يدعى الحمل بهذه الحالة بحمل الشد، أما الإجهاد الناشئ عند المقطع فيدعى بإجهاد الشد.



الشكل (3-2)

إن الإجهاد الكلي أو المقاومة تساوي وتعاكس الحمل وتكون عمودية على مساحة المقطع، وبفرض أن :

$[\sigma_t]$ (kg/cm^2) : الإجهاد المسموح به (إجهاد الأمان) في حالة الشد ويساوي إلى :

$$[\sigma_t] = \frac{\sigma_{ut}}{f.s}$$

σ_{ut} (kg/cm^2) : أكبر إجهاد شد ويعطى من الجدول (1)

P (kg) : حمل الأمان.

A (cm^2) : مساحة المقطع المعرض للشد.

f.s: عامل الأمان وسنتحدث عنه فيما بعد.

فإن مقاومة القضيب للشد تساوي:

$$P = A.[\sigma_t] = A.\frac{\sigma_{ut}}{f.s} \qquad (15\text{-}2)$$

ويكون الحمل هو أكبر حمل شد (P_{max}) عندما (f.s =1) وبالتالي يمكن أن نكتب:

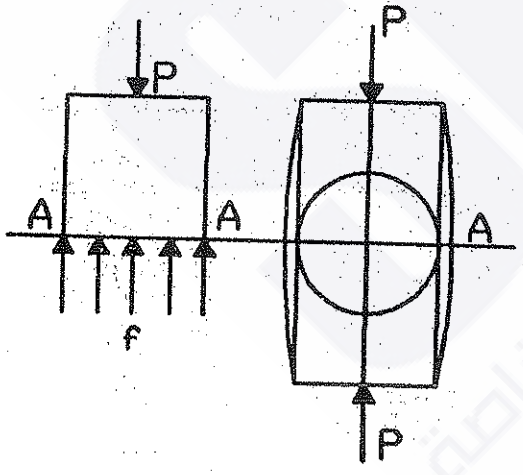
$$P_{max} = A.\sigma_{ut} \qquad (16\text{-}2)$$

١٠- الضغط وإجهاد الضغط Compression stress :

يقـــال عـــن جسم إنه تحت تأثير ضغط كما بالشكل (4-2) وذلك عندما تعمـــل القـــوة المؤثرة على تقصير الجسم وتشويهه، وتدعى القوة بهذه الحالة بحمل الضغط (P).

ويعمل عادة على محور القضيب لضمان توازنه.

إن المقاومـــة الداخلية للقضيب تعاكس عمل الحمل (P) وتدعى بإجهاد الضغط ويقدر بـــ (kg) أما وحدة هذا الإجهاد فتقدر بـــ (kg/cm^2)



الشكل (4-2)

وسنعتبر أن الإجهاد يعبر عن وحدة الإجهاد بصورة عامة في كل أنواع الإجهاد. وبفرض أن :

$[\sigma_c]$ (kg/cm^2) : **الإجهـــاد المسموح به (إجهاد الأمان) في حالة الشد ويساوي** إلى : $\sigma_c = \frac{\sigma_{uc}}{f.s}$

σ_{uc} (kg/cm^2) : أكبر إجهاد ضغط ويعطى من الجدول (1) من مساواة القوة مع المقاومة في حالة التوازن يمكن أن نكتب:

$$P = A.|\sigma_c| = \frac{\sigma_{uc}}{f.s} \qquad (17\text{-}2)$$

ويكون الحمل هو أكبر حمل ضغط P_{max} عندما $(f.s = 1)$ وبالتالي يمكن أن نكتب:

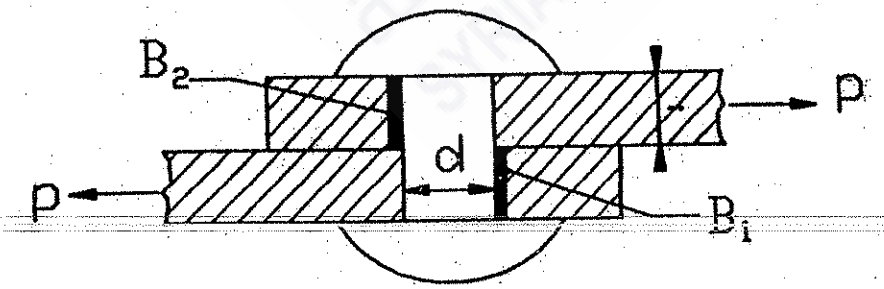
$$P_{max} = A.\sigma_{uc} \qquad (18\text{-}2)$$

ملاحظة:

إن هـــذه العلاقـــات صحيحة إذا كانت نسبة طول العمود إلى أقل بعد في مساحة مقطعه أقل من (6).

١١- الهصر (الانسحاق) وإجهاد الهصر Crushing stress :

يعتـــبر إجهاد الهصر حالة خاصة من إجهاد الضغط، إن المساحتين (B_1) و (B_2) كمـــا بالشـــكل (2-5) يقعان تحت تأثير الضغط الناتج عن الحمل (P)، إن إجهاد الهصر هو حاصل قسمة الحمل المطبق أو المؤثر على المساحة المسقطة للسطح Projected area الذي يقع عليه الهصر، وبفرض أن :



الشكل (2-5)

$\sigma_{cr}(kg/cm^2)$: إجهاد الهصر.

F (kg) : الحمل المطبق

t(cm) : سمك اللوح.

d (cm) : قطر الثقب.

t.d (cm^2) : المساحة المسقطة.

يمكن أن نكتب :

$$\sigma_{cr} = \frac{P}{t.d} \qquad (19\text{-}2)$$

وهـــناك علاقة تقريبية يمكن استخدامها بين إجهاد الضغط وإجهاد الهصر إذا كان المسمار ثابتاً أي لا يدور:

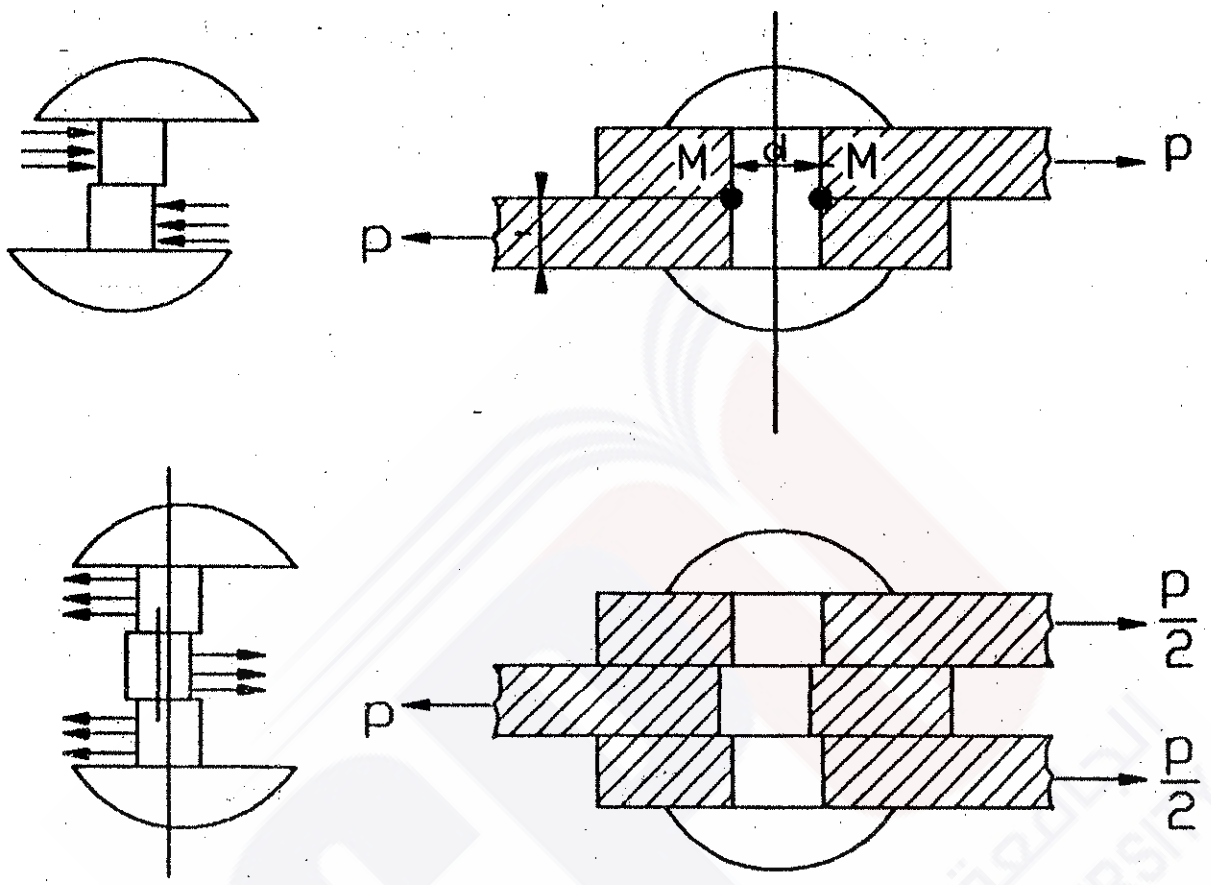
$$\sigma_{cr} = \frac{5}{3}.\sigma_c \qquad (20\text{-}2)$$

أمـــا إذا كان الجزء المسبب للهصر متحركاً بحركة دائرية كعمود المرفق مثلاً فإن له في هذه الحالة قيماً وعلاقات خاصة تختلف عما سبق.

١٢- القص وإجهاد القص Shcar and shearing stress:

يـــبين الشكل (6-2) لوحين مربوطين مع بعضهما بمسمار برشام (Rivet) حيث تحاول القوى المؤثرة عليهما زلق أحدهما على الآخر في الاتجاه المبين بالشكل (6-2).

إن الحمـــل (P) يحـــاول زلق جزيئات البرشام وبالتالي قص المسمار عند المقطع (M-M) والشكل الجانبي يبين العمل الانزلاقي الحاصل حيث الأسهم تشير إلى اتجاه تـــأثير القـــوى. إن الإجهـــاد الناشئ فوق المساحة المعنية أو المقاومة التي يقدمها البرشـــام(وتدعـــى بإجهـــاد القص) تكون موزعة فوق هذه المساحة وموازية لها، وبفرض أن :



الشكل (2-6)

$[\tau]$ (kg/cm^2) : الإجهـــاد المسموح به (إجهاد الأمان) في حالة القص ويساوي إلى: $[\tau]=\frac{\tau_u}{f.s}$

$\tau_u (kg/cm^2)$: أكبر إجهاد قص ويعطى من الجدول (1).

$A\ (cm^2)$: المساحة المعرضة للقص.

فيمكن أن نكتب :

$$P = A.[\tau] = A.\frac{\tau_u}{f.s} \qquad (21\text{-}2)$$

ويكون الحمل (P) أكبر حمل قص P_{max} عندما (f.s=1) ويكون

$$P_{max} = A.\tau_u \qquad (22\text{-}2)$$

ويبين الشكل (2-6) نفس الحالة السابقة ولكن المساحة المعرضة للقص تكون مضاعفة، أي أن الإجهاد يقل إلى مقدار النصف، وهكذا يمكن القول إن الإجهاد يقل دائماً كلما ازدادت المساحة المعرضة للقص.

١٣- الانحناء Bending:

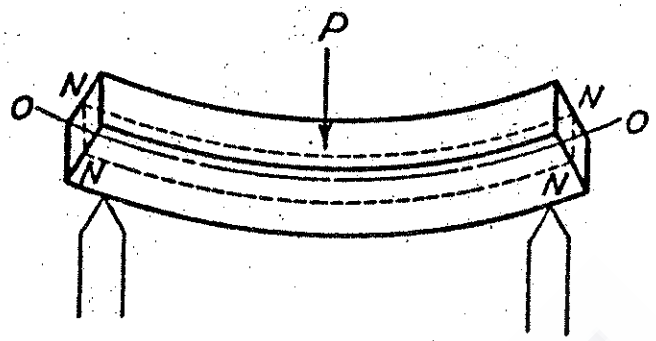
يمكن تعريف عزم الانحناء عند أي مقطع من جائز محمل بأنه المجموع الجبري لعزوم القوى الخارجية التي تعمل على الجائز في جهة من جهتي المقطع ويرمز له بـ (B.M).

تشمل القوى الخارجية التي تعمل على الجائز كافة الأحمال المركزة والموزعة بما فيها ردود الأفعال، ويختار عادة جهة الجائز التي تحوي أقل القوى وذلك لتوفير الوقت في الحسابات لإيجاد (B.M) ورسم المخطط (B.M.D) الذي يمثل مخطط عزوم الانحناء على طول الجائز.

بعد إيجاد عزم الانحناء عند كل مقطع من مقاطع الجائز يمكن تحديد أكبر عزم انحناء Maximum bending moment حيث يكون المقطع عنده هو المقطع الخطر Dangerous section. فمثلاً في الجائز البسيط Simple beam الخاضع لتأثير أحمال مركزة فقط يكون المقطع الخطر تحت إحدى هذه القوى. أما إذا وجدت أحمال موزعة بالإضافة إلى الأحمال المركزة فيجب حساب عزوم الانحناء على مسافات متتالية من طول الجائز أو باستخدام مخطط عزم الانحناء والقص(B.M.D)، (S.F.D).

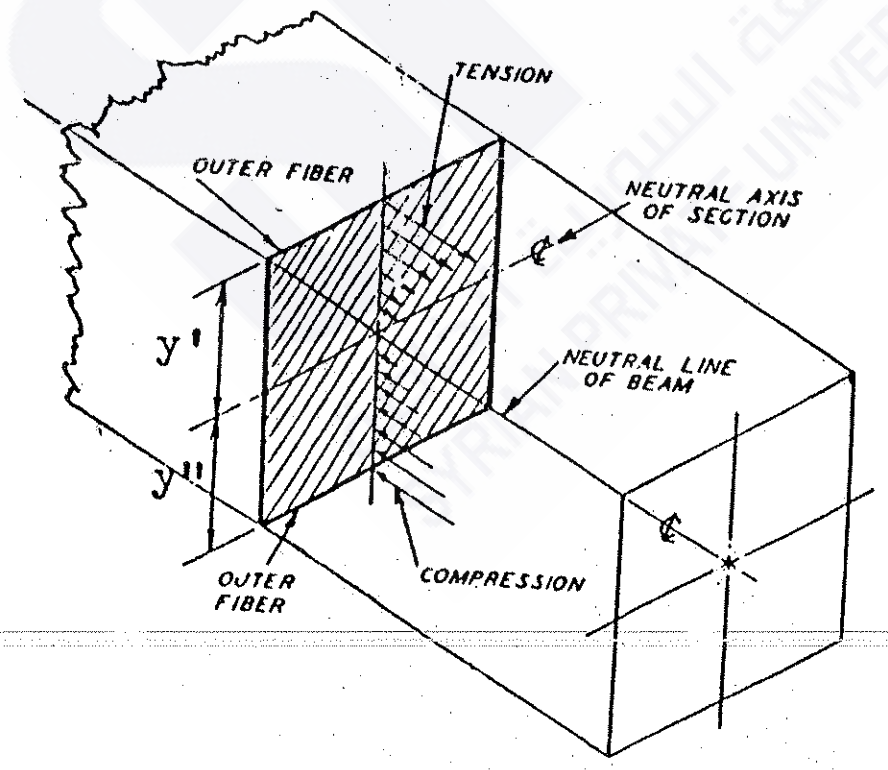
في الحقيقة تسبب الأحمال المؤثرة على الجائز كما بالشكل (2-7) إجهادات ليست واحدة القيمة على مساحة مقطعة، فالألياف العلوية تقصر بفعل الضغط أما الألياف السفلية فإنها تتمدد بفعل الشد.

ويحـــدث العكـــس في الجائـــز الكـــابول حيث التغير في طول الألياف وشدة الإجهادات يسبب عدم توزيع منتظم للإجهاد على مساحة المقطع من الأعلى (شد) إلى الأسفل (ضغط)، لذا يجب أن



الشكل (2-7)

تكـــون هـــناك طبقة غير متأثرة بالشد أو بالضغط تدعى بسطح التعادل Neutral surface. أما خط التعادل Neutral line فهو الخط المار بمركز ثقل كل مقطع من مقاطع الجائز، ويحتوي كل مقطع عرضي على خط يدعى محور التعادل Neutral axis لـــلمقطع حيث يتقاطع مع خط التعادل في مركز الثقل للمقطع كما بالشكل (2-8).



الشكل (2-8)

لقـــد زودنـــا هذا الكتاب في الفصل الرابع عشر بمخططات بعض الجوائز الأكـــثر اســـتعمالاً مع ورود الأفعال عند نقاط الاستناد وكذلك مخططات قوى القص وعزوم الانحناء إضافة إلى بعض المعطيات الأخرى يمكن للطالب العودة إليها.

ينشـــأ عـــن القوى الخارجية المؤثرة على الجائز مقاومة في كل مقطع من مقاطع الجائز، وحسب مبدأ توازن العزوم فيجب أن يتساوى العزم المقاوم للمقطع Resisting moment of section مع عزم الانحناء لذلك المقطع أي :

$$M_b = \sigma_b . \frac{I}{y} \qquad (23\text{-}2)$$

حيث :

M_b (kg.cm) : عزم الانحناء عند المقطع.

σ_b (kg/cm^2) : إجهاد الانحناء عند المقطع .

I (cm^4) : عزم العطالة للمقطع المختار.

y (cm) : بعد الألياف عن محور التعادل.

وحيث أن تصميم الجائز يعتمد على المقطع الخطر الذي عنده يكون العزم أكبر ما يمكن، لذا تكون المعادلة التصميمية للجائز كالتالي:

$$M_{b\,max} = [\sigma_b] . \frac{I}{y} \qquad (24\text{-}2)$$

حيث : $M_{b\,max}$ (kg.cm) : أكبر عزم انحناء.

$[\sigma_b]$ (kg/cm^2) : إجهاد الانحناء المسموح به (إجهاد الأمان).

y (cm) : بعد الألياف الخارجية عن محور التعادل.

ويكون أكبر إجهاد شد على الألياف كما بالشكل (8-2) يساوي إلى:

$$\sigma_t = M_{b\,max} \frac{y'}{I}$$

وأكبر إجهاد ضغط على الألياف الخارجية يساوي إلى :

$$\sigma_t = M_{b\,max}\frac{y''}{I}$$

حيث y' ، y" يمثلان بعد الألياف عن محور التعادل كما بالشكل (8-2).

يدعـــى المقدار $\frac{I}{y}$ بمعامل المقطع (Z) Section modulus ويقدر بـــ (cm^3) عند ذلك تكون المعادلة التصميمية:

$$M_{b\,max} = [\sigma_b]Z \qquad (25\text{-}2)$$

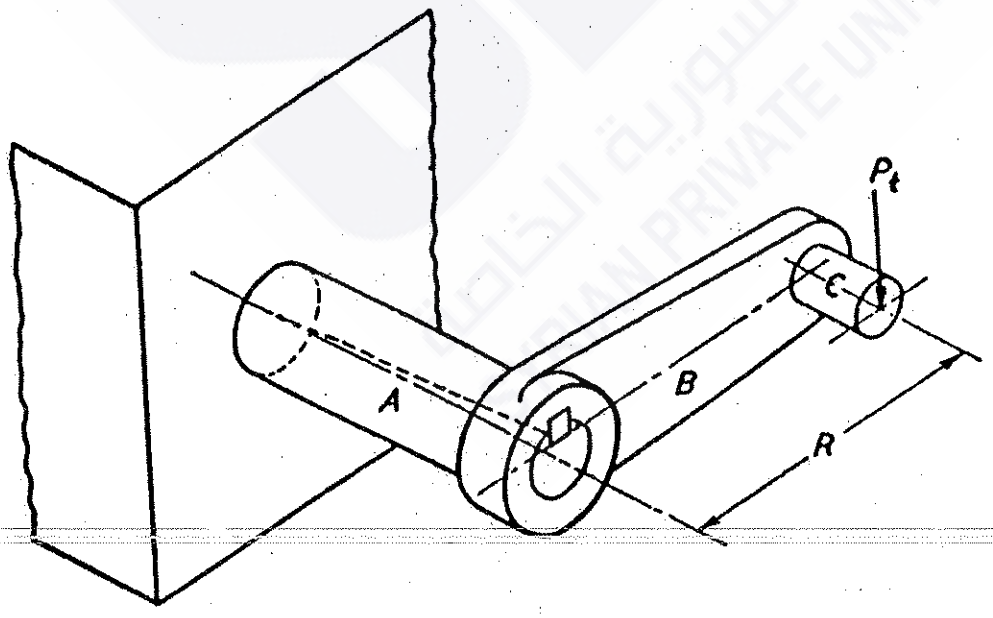
والجدول رقم (3) يعطي قيم معامل المقطع (Z) للقطاعات الهامة والشهيرة.

في حالة الأعمدة والمحاور فإن أكبر إجهاد انحناء يتعرض له عمود مصمت قطره (d) يساوي إلى:

$$\sigma_b = N_b.Z = \frac{32.M_b}{\pi.d^3} \le [\sigma_b] \qquad (26\text{-}2)$$

١٤- الالتواء Torsion:

إن القوة المماسية (P_t) الواقعة في مستوى عمودي على المرفق (B) والمؤثرة على الإصبع (C) تحاول تدوير القضيب (A) حول محوره كما بالشكل (9-2).



الشكل (9-2)

إذن القضيب (A) معرض إلى عزم التواء يساوي ($P_t.R$) يعمل على إزاحة جزيئات القضيب والإجهاد في هذه الحالة هو نوع من القص.

$$M_t = P_t.R \qquad (27\text{-}2)$$

حيث:

R (cm) : ذراع العزم

M_t (kg.cm) : عزم الالتواء أو الدوران

لكي تستطيع القوة المماسية (P_t) إدارة الآلة فيجب أن تغطي عزماً محركاً أكبر من العزم المقاوم للعمود (M_R) الذي هو مجموع عزوم إجهادات القص حول محور العمود ويساوي إلى :

$$M_R = \tau.\frac{I_p}{y} = \tau.z_p \qquad (28\text{-}2)$$

حيث:

τ (kg/cm^2) : إجهاد القص عند الألياف الخارجية

I_p (cm^4): عزم العطالة القطبي ويعطى من الجدول (4)

Y(cm): بعد الألياف الخارجية عن العمود.

Z_p(cm^3): معامل المقطع القطبي ويعطى من الجدول (4)

وحيث أن M_R قد نشأ عن M_t لذا يجب أن يساويه أي :

$$M_t = \tau.z_p \qquad (29\text{-}2)$$

من هذه العلاقة يمكن إيجاد أبعاد المقطع المعرض لإجهاد قص ناتج عن الالتواء. أو إيجاد الإجهاد الناتج لبعد معين ومقارنته بالقيم المسموحة.

كثيراً ما يتوقف تصميم قطر عمود الإدارة على زاوية الالتواء (θ) وليس على إجهاد القص وحده خاصة في الأعمدة الطويلة مثل أعمدة إدارة المعامل

وأعمـــدة إدارة البواخر.... في هذه الحالة يجب تطبيق قانون زاوية الالتواء وزيادة قطر العمود تبعاً للزاوية المسموح بها في التصميم.

تعطى قيمة (θ) من العلاقة التالية:

$$\theta = \frac{M_t.L}{G.I_p} \qquad (30\text{-}2)$$

حيث:

θ(rad) : زاوية الالتواء أو التشوه (راديان).

L (cm) : طول العمود.

G(kg/cm^2): معامل الصلابة.

I_p : عزم العطالة القطبي

١٥- عزم الالتواء والاستطاعة Torque and power :

إذا كانـــت (P_t)تمثل القوة المماسية المطبقة على العمود والمسببة لعزم التواء أو دوران كما بالشكل (10-2)، فإن العمل لكل دورة من دورات العمود يساوي ($P_t.2\pi R$)، ويكـــون العمل خلال (N) دورة في الدقيقة ($P_t.2\pi RN$)، وحسب تعريف الاستطاعة:

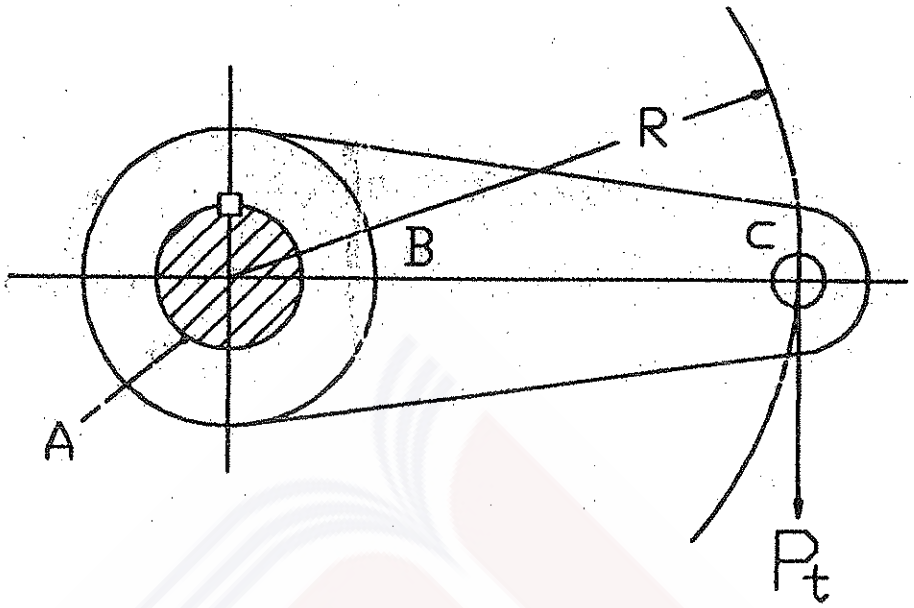
$$HP = \frac{P_t.2\pi R.N}{75.100.60} = \frac{2\pi N.M_t}{100.4500} \qquad (31\text{-}2)$$

حيث إن : $M_t = P_t \cdot R$

ويمكن كتابة العلاقة (31-2) على الشكل التالي:

$$M_t = \frac{71620.HP}{N} \quad (kg.cm) \qquad (32\text{-}2)$$

وبمـــا أن المقدار $2\pi R.N$ يساوي إلى السرعة الخطية (V_L) مقدرة بـــ (m/min) فيكون:



الشكل (2-10)

$$HP = \frac{P_t}{4500}\frac{2\pi R.N}{100} = \frac{P_t.V_L}{4500} \qquad (33\text{-}2)$$

ملاحظة: يمكن كتابة العلاقة (2-32) بالوحدات البريطانية على النحو التالي:

$$HP = \frac{2\pi M_t.N}{33000.12} \qquad M_t = \frac{63000.HP}{N} \qquad (34\text{-}2)$$

١٦-التحدب Buckling :

إذا أثـــرت قوة ضغط على قضيب نسبة طوله إلى أقل عرض فيه $\frac{L}{d} \le 6$ فإن علاقة إجهاد الضغط البسيط تكفي لإيجاد الحمل. ولكن إذا كانت $\frac{L}{d} > 6$ فإن هناك تحدباً يعتمد في مقداره على الحالة التي يتم فيها التحميل وعلى عوامل أخرى.

لتحديد الحمل الخطر Dangerous load (وهو الحمل الذي عنده يسبب أي ضـــغط أفقي صغير على منتصف العمود الشاقولي المعرض لحمولة متغيرة انحناء غير مرن)، فهناك عدة نظريات وقوانين عملية يمكن استخدامها. معظم مسائل التصميم تحل باستخدام معادلة (جوردون-رانكن Gordon-Rankine) وهي كالتالي:

حالة العمود مفصلي الطرفين:Pin-ends

$$P_{dang} = \frac{\sigma_{uc}.A}{1+4k\frac{L^2}{r^2}} \qquad (35\text{-}2)$$

حالة العمود المثبت الطرفين: Fixed- ends

$$P_{dang} = \frac{\sigma_{uc}.A}{1+k\frac{L^2}{r^2}} \qquad (36\text{-}2)$$

حيث:

$\sigma_{uc}(kg/cm^2)$: أكبر إجهاد ضغط.

$A(cm^2)$: مساحة المقطع.

K : ثابت يعطى من الجدول التالي:

Material	k	4k
Cast iron	$\frac{1}{6000}$	$\frac{1}{1500}$
Wrough iron	$\frac{1}{36000}$	$\frac{1}{9000}$
Medium steel	$\frac{1}{30000}$	$\frac{1}{7500}$
Hard steel	$\frac{1}{20000}$	$\frac{1}{5000}$
Timber	$\frac{1}{3000}$	$\frac{1}{750}$

L: طول العمود.

r: نصف ذراع القصور (وهو مربع طول العمود الذي لو ضرب بمساحة المقطع حصلنا على عزم العطالة- عزم القصور الذاتي) ويعطى بالجدول رقم (5).

عند استخدام إجهاد الضغط بحالة الأمان σ_c فالحمل الناتج يكون حمل أمان، ولحل معادلة رانكين غالباً ما يفرض بعد المقطع ويحسب الحمل على أساسه

ثم يقـــارن مـــع الحمـــل الفعلي. وتتغير أبعاد المقطع أو تعدل إذا كانت القيم غير متوافقة. هذا ويمكن كذلك وضع قيمة للحمل في المعادلة ومن ثم حساب الإجهاد وعامل الأمان ومقارنته بالعامل الصحيح.

١٧- الإجهادات المتحدة combined stresses:

تـــتعرض الأعمـــدة عند نقل القدرة إلى عزم التواء (M_t) غالباً ما يكون مصحوباً بعزم انحناء (M_b). وقد يتحد إجهاد الشد والضغط مصحوباً بانحناء كما في الجوائز، وقد يتأثر جزء الآلة بالتواء مصحوباً بإجهاد ضغط....وهكذا.

وســـنأتي عـــلى بحث هذه الإجهادات بمختلف الحالات عند دراستنا للأعمدة في الفصل الثالث والقارنات في الفصل العاشر من هذا الكتاب.

١٨- الإجهادات والانفعالات الحرارية:

تتغير مقاسات المعادن بصورة عامة بتغير درجة الحرارة إذا لم يكن هناك ما يعـــيق هـــذا التغير، أما إذا منع هذا التغير بطريقة ما فإنه ينتج في المعدن إجهادات حرارية تناظر التغير الممنوع.

إذا ارتفعـــت درجـــة حرارة قضيب حر (غير مقيد) بصورة منتظمة فإنه يتمدد (ينفعل) بمقدار يساوي إلى :

$$\Delta l = L_2 - L_1 = L_1.\alpha.(T_2 - T_1)$$

حيث :

L_1 : طول القضيب عند درجة الحرارة (T_1).

L_2: طول القضيب عند درجة الحرارة (T_2).

α: معامل التمدد ويعطيها الجدول رقم (6)

ويكون معدل (وحدة) هذا الانفعال يساوي إلى :

$$\zeta = \frac{\Delta L}{L_1} = \alpha(T_2 - T_1) \qquad (37\text{-}2)$$